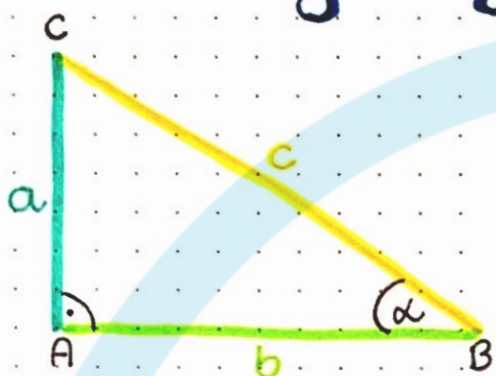


trygonometria

- poziom podstawowy -

Funkcje trygonometryczne kąta ostrego



$$\sin \alpha = \frac{\text{przyprostokątna naprzeciw } \alpha}{\text{przeciwprostokątna}} = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{przyprostokątna przy } \alpha}{\text{przeciwprostokątna}} = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\text{przyprostokątna naprzeciw } \alpha}{\text{przyprostokątna przy } \alpha} = \frac{a}{b}$$

Wartości funkcji trygonometrycznych

α	0°	30°	45°	60°	90°
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\sqrt{3}$	X

Podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

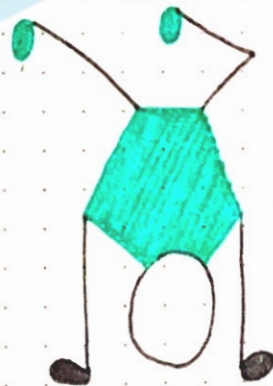
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$$

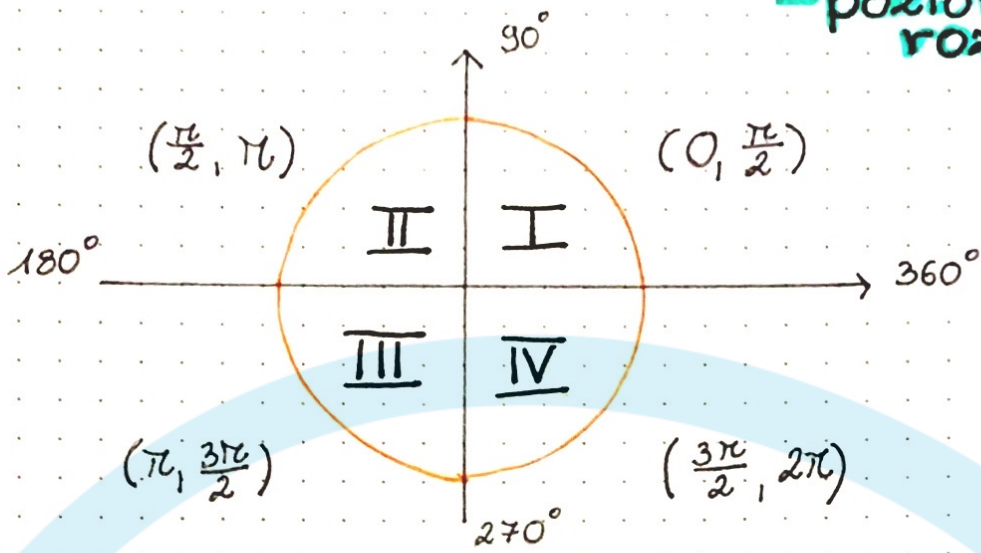
$$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\operatorname{tg}(90^\circ - \alpha) = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$$

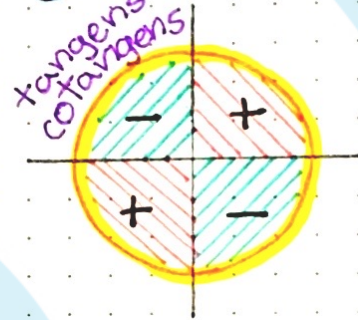
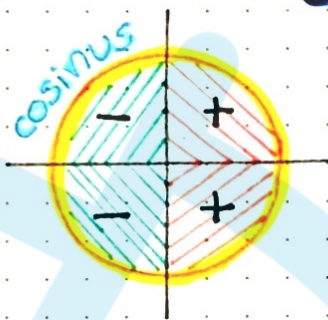
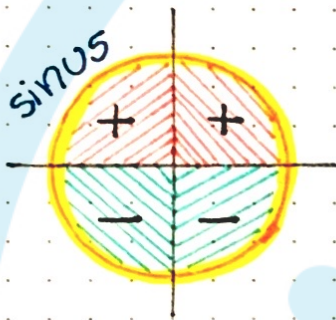
dla $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$



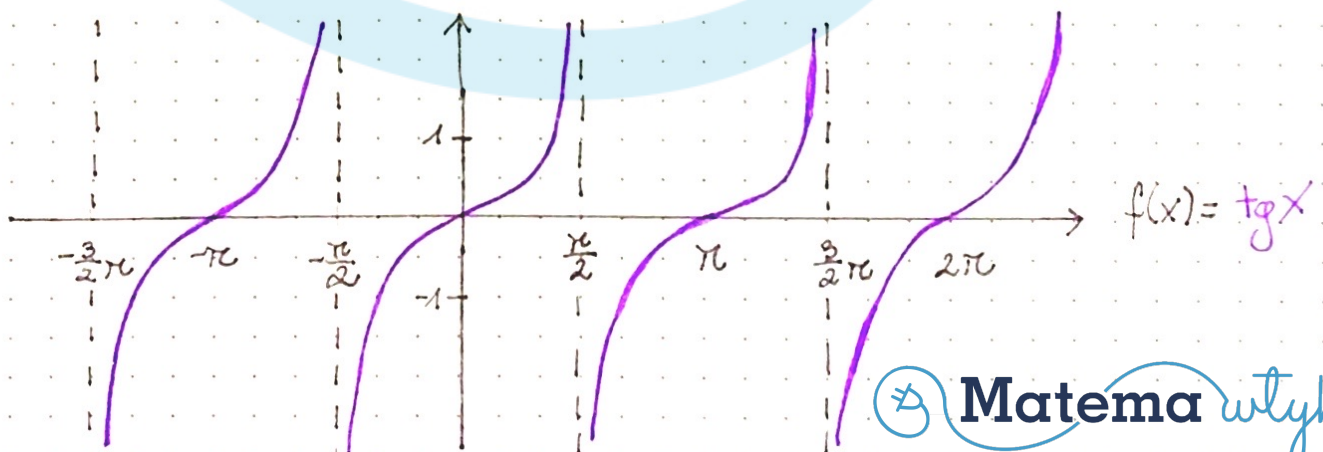
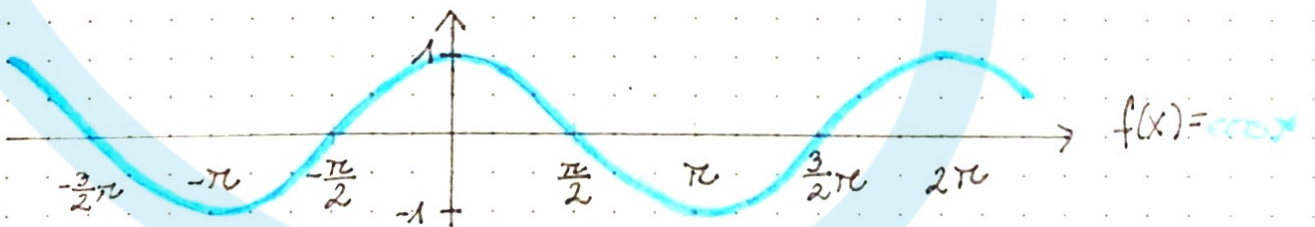
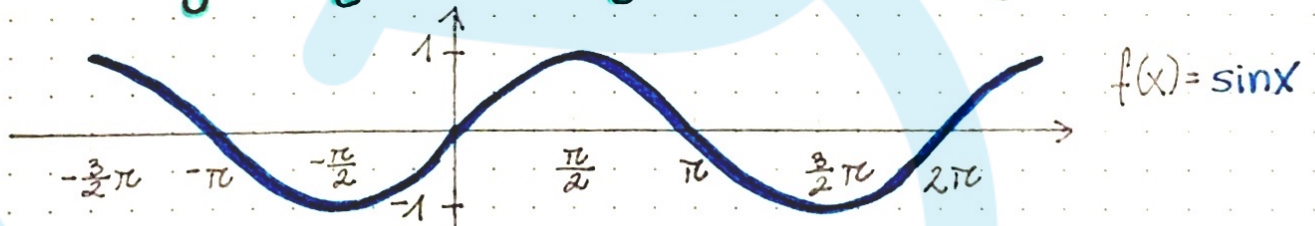
- poziom rozszerzony -



Znaki funkcji w poszczególnych ćwiartkach



„W pierwszej wszystko jest dodatnie, w drugiej tylko sinus. W trzeciej tangens i cotangens, a w czwartej cosinus”



~ Przydatne wzory ~

Podwojony kąt

- poziom rozszerzony -

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

Funkcje sumy i różnicy kątów

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

Sumy, różnice i iloczyn funkcji trygo...

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha \sin \beta = -\frac{1}{2} (\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta))$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta))$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} (\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta))$$