Wielomiany

TEGO NIE MA W TABLICACH!

POZIOM ROZSZERZONY

I RESZTA Z DZIELENIA WIELOMIANU $W(x)$ PRZEZ DWUMIAN $x-a$ JEST RÓWNA $W(a)$

przykład: Nie wykonując dzielenia wyznacz resztę z dzielenia wielomianu $W(x)=x^5-2x^4+x^3+x+2$ przez wielomian $x-2$

Z podanego twierdzenia wiemy, że reszta jest równa:

$$W(2)=2^5-2(2)^4+2^3+2+2=32-32+8+4=12$$

II TWIERDZENIE BÉZOUT

Wielomian $W(x)$ jest podzielny przez dwumian $x-a$ wtedy i tylko wtedy, gdy liczba a jest pierwiastkiem wielomianu $W(x)$

Liczbę a nazywamy pierwiastkiem wielomianu, gdy $W(a)=0$

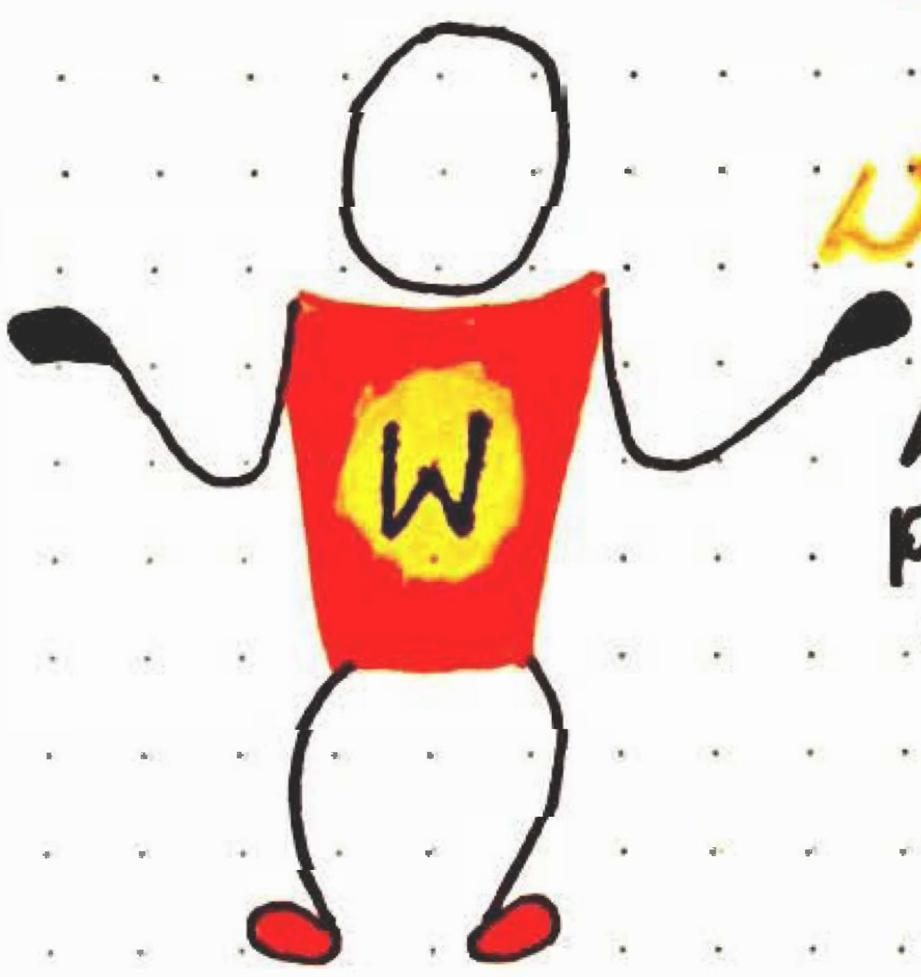
przykład: Zbadaj czy wielomian $W(x)=6x^3+3x^2-5x-4$ jest podzielny przez dwumian $x-1$

$$W(1)=6+3-5-4=0$$

TAK!

III KAŻDY WIELOMIAN MOŻNA ZAPISAĆ W POSTACI:

$$W(x)=P(x)\cdot Q(x)+R(x)$$



$P(x)$ – wielomian przez który dzielimy

$Q(x)$ – wynik dzielenia

$R(x)$ – reszta

SCHEMAT HORNERA

przykład: Wyznacz wszystkie pierwiastki wielomianu

$$W(x) = 2x^3 + 3x^2 - 9x - 10$$

① W górnej części tabelki zapisujemy współczynniki wielomianu.

współczynniki	2	3	-9	-10

Uwaga! Do schematu wpisujemy również zerowe współczynniki

np. $W(x) = 2x^3 - 9x - 10$

	2	0	-9	-10

② Szukamy pierwiastka wielomianu. Musimy „strzelić" wartość, którą sprawdzamy pod kątem tego, czy jest pierwiastkiem wielomianu i wpisujemy ją w lewym dolnym rogu tabelki

współczynniki	2	3	-9	-10
-1				

! To jak znaleźć pierwiastek w dalszej części notatki !

③ Pierwszy wyraz z górnego wiersza przepisujemy do dolnego

współczynniki	2	3	-9	-10
-1	2			

④ W celu uzupełnienia tabelki wykonujemy działania:

$(-1)\cdot(2) + 3 = 1$

$(-1)\cdot(1) + (-9) = -10$

$(-1)\cdot(-10) + (-10) = 0$

Jeżeli w ostatnim okienku jest 0, oznacza to, że sprawdzana wartość jest pierwiastkiem wielomianu

współczynniki	2	3	-9	-10
-1	2	1	-10	0

5 Postać iloczynowa na podstawie tabeli

współczynniki	2	3	-9	-10
-1	2	1	-10	0

$$W(x) = (x+1)(2x^2+1x-10)$$

$x_1 = -1$ $\quad \Delta = 1^2-4(2)(-10) = 81 \quad \sqrt{\Delta} = 9$

$x_2 = \frac{-1+9}{4} = 2 \quad x_3 = \frac{-1-9}{4} = -\frac{5}{2}$

JAK ZNALEŹĆ PIERWIASTEK WYMIERNY?

przykład: $W(x) = 2x^3+3x^2-9x-10$

Wypisujemy wszystkie dzielniki wyrazu wolnego

$p|10 \iff p \in \{1, 2, 5, 10\}$

Wypisujemy wszystkie dzielniki współczynnika przy najwyższej potędze

$q|2 \iff q \in \{1, 2\}$

Twierdzenie o pierwiastku wymiernym

Jeżeli wszystkie współczynniki wielomianu są całkowite, to pierwiastkiem wymiernym wielomianu może być liczba w postaci $\frac{p}{q}$ lub $-\frac{p}{q}$

możliwe pierwiastki wymierne w danym przykładzie

$\frac{p}{q}: 1, 2, 5, 10, \frac{1}{2}, \frac{5}{2} \qquad -\frac{p}{q}: -1, -2, -5, -10, -\frac{1}{2}, -\frac{5}{2}$

Sprawdzamy, która z możliwych wartości jest pierwiastkiem, dlatego podstawiamy je w kolejności do tabeli, jeśli w ostatnim okienku wyjdzie „0”, to sprawdzona wartość jest pierwiastkiem

Jeżeli żadna z podanych wartości nie okaże się być pierwiastkiem oznacza to, że wielomian nie ma pierwiastków wymiernych

POMOCNE

Jak przyśpieszyć szukanie pierwiastka?

Dodajemy nie sąsiadujące współczynniki w tabelce

- Jeśli wyniki są takie same, to pierwiastkiem tego wielomianu jest -1
- Jeśli wyniki są różne, to pierwiastkiem tego wielomianu jest 1

przykład: $W(x) = 2x^3 + 3x^2 - 9x - 10$

$2 + (-9) = -7$ $\qquad$ $3 + (-10) = -7$

współczynniki	2	3	-9	-10
-1				

W podanym przykładzie sumy są równe, więc -1 jest pierwiastkiem wielomianu